Примерен вариант по Математика (общ модул)

Първа част: 20 въпроса с избираем верен отговор (от 5 възможни).

1. Стойността на израза $2^{-\frac{1}{4}}.32^{0,25}+\left(27^{2}\right)^{\frac{1}{6}}-\left(\sqrt[3]{64}\right)^{\frac{1}{2}}$ е равна на:

а) 1, б) 2, в) 3, г) 4, д) 5.

2. Ако 120% от a е равно на 40% от b, то $a:b$ е равно на:

а) $\frac{3}{4}$, б) $\frac{1}{4}$, в) $\frac{1}{3}$, г) $\frac{2}{3}$, д) $\frac{1}{2}$.

3. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $12x^2-7x-12=0$, то стойността на израза $x_1^2+x_2^2$ е равна на:

а) $-\frac{239}{144}$, б) $\frac{51}{144}$, в) $\frac{7}{4}$, г) $\frac{47}{144}$, д) $\frac{337}{144}$.

4. Даден е квадратният тричлен $f(x)=x^2+ax+4$, където a е реален параметър. Най-малката цяла стойност на a, за която $f(x)>0$ за всяка реална стойност на x, е равна на:

а) -3, б) -4, в) 3, г) 2, д) 0.

5. Корените на уравнението $\sqrt{x+1}+\sqrt{x-2}=\sqrt{x+6}$ принадлежат на интервала:

а) $(-6;-1]$, б) $[-6;3)$, в) $(-7;2]$, г) $[2;7]$, д) $[-1;2]$.

6. Броят на членовете на аритметичната прогресия $-1,5,\ldots,491$ е равен на:

а) 38, б) 81, в) 82, г) 83, д) 103.

7. За геометричната прогресия $\{a_n\}$ е известно, че $a_1+a_5=51$ и $a_2+a_6=102$. Частното на прогресията е равно на:

а) $\frac{1}{2}$, б) 2, в) 3, г) $\frac{1}{3}$, д) 4.

8. Стойността на израза $2^{\log_2 3} - \log_{\sqrt{3}} 125 + 6\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5}$ е:

а) 2, б) 3, в) 4, г) 5, д) 6.

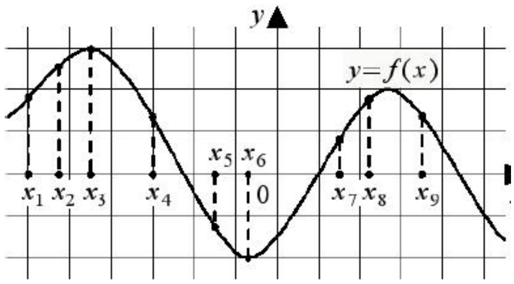
9. Ако $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$, то стойността на $\sin\alpha$ е равна на:

а) $\frac{4}{5}$, б) $-\frac{3}{4}$, в) $\frac{3}{5}$, г) $-\frac{\sqrt{2}}{5}$, д) $-\frac{4}{5}$.

10. Ако (x, y) е решение на системата $\begin{cases} x^3 - y^3 = 72, \\ x - y = 6, \end{cases}$ то произведението xy е равно на:

а) -8, б) -7, в) -6, г) 8, д) 12.

11. На графиката на функцията $y = f(x)$ са отбелязани девет точки x_i, $i = 1, \ldots, 9$. Броят на точките x_i, в които производната на функцията е отрицателна, е равен на:



а) 4, б) 3, в) 2, г) 1, д) 0.

12. В урна има 12 бели и 8 черни топки. По случаен начин се изтеглят три топки. Вероятността точно две от изтеглените топки да са бели е:

а) $\frac{8}{19}$, б) $\frac{44}{95}$, в) $\frac{3}{40}$, г) $\frac{3}{20}$, д) $\frac{44}{285}$.

13. Ако $a = \lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2 + 10x + 9}{x^2 + 3x + 2}$, то:

а) $a = \frac{9}{2}$, б) $a = 1$, в) $a = \frac{10}{3}$, г) $a = -8$, д) $a = 8$.

14. Решение на уравнението $2^x \left(\frac{1}{2}\right)^{14-4x} = 64$ е числото:

а) $\frac{8}{5}$, б) $-\frac{8}{5}$, в) 4, г) -4, д) 2.

15. Множеството от допустимите стойности на x за функцията $f(x)=\sqrt{4-\log_2(x-5)}$ е:

а) $(0;4)$, б) $[5;21]$, в) $(5;21]$, г) $(-\infty;4)$, д) $(4;\infty)$.

16. Медицентърът на равнобедрен ΔABC $(AC=BC)$ лежи върху вписаната в триъгълника окръжност, чийто радиус е равен на r. Страната AB има дължина:

а) $\sqrt{6}r$, б) $6r$, в) $2\sqrt{3}r$, г) $3\sqrt{2}r$, д) $2\sqrt{2}r$.

17. В правоъгълен трапец с остър ъгъл 30^0 и лице $6\ cm^2$ е вписана окръжност. Диаметърът на тази окръжност е равен на:

а) $5\ cm$, б) $4\ cm$, в) $3\ cm$, г) $2\ cm$, д) $1\ cm$.

18. В триъгълник две от страните са с дължини $5\ cm$ и $8\ cm$, а ъгълът срещу третата страна има големина 60^0. Радиусът на описаната около триъгълника окръжност е равен на:

а) $7\ cm$, б) $3,5\ cm$, в) $\dfrac{7\sqrt{2}}{2}\ cm$, г) $\dfrac{7\sqrt{3}}{3}\ cm$, д) $7\sqrt{3}\ cm$.

19. В правилна шестоъгълна пирамида с основен ръб a околната стена сключва с основата ъгъл с големина α . Обемът на пирамидата е:

а) $\dfrac{3a^3\operatorname{cotg}\alpha}{4}$, б) $\dfrac{2a^3\sin\alpha}{3}$, в) $\dfrac{4a^3\cos\alpha}{3}$, г) $\dfrac{9a^3\operatorname{tg}\alpha}{4}$, д) $\dfrac{3a^3\operatorname{tg}\alpha}{4}$.

20. Дадена е функцията $f(x)=ax^2-(a-1)x+2a+1$, където a е реален параметър. Стойностите на a, при които уравнението $f(x)=0$ има два реални корена, принадлежат на интервала:

а) $[-1;0)\cup\left(0;\dfrac{1}{7}\right]$, б) $(-\infty;-1]$, в) $\left[\dfrac{1}{7};\infty\right)$,

г) $\left[-1;\dfrac{1}{7}\right]$, д) $\left[0;\dfrac{1}{7}\right]$.

Втора част: 10 задачи с пълно описание.

21. Да се реши уравнението: $\log_3\left(x^2-4\right)=2\log_9\left(2x-1\right)$.

22. Да се намери най-голямата цяла стойност на x, за която е изпълнено неравенството: $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2+x}>\left(\frac{1}{49}\right)^{16-x}$.

23. Да се реши неравенството: $\frac{x^2\left(x+1\right)}{\left(x^2-x+1\right)\left(2-x\right)}\geq 0$.

24. Да се намерят всички корени на уравнението $\frac{1}{\cos^2 x}+2\sin^2 x-3=0$, които принадлежат на затворения интервал $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

25. Два различими правилни шестстенни зара се хвърлят еднократно. Да се намери вероятността сборът от точките върху двата зара да е равен на десет или на дванадесет.

26. Върху окръжност са взети 10 точки. Да се намери максималният брой на различните хорди с краища в тези точки.

27. Даден е правоъгълен ΔABC с катети $AC=2\,cm$ и $BC=1\,cm$. Хипотенузата му служи за катет на равнобедрен правоъгълен ΔABD $\left(AB\perp BD\right)$ като точките C и D са от различни страни на AB. Ако BM е медиана в ΔABD, намерете дължината на отсечката CM.

28. Катетите на правоъгълен триъгълник сключват с равнина α ъгли с големина β и γ, а хипотенузата му лежи в равнината α. Да се определи синусът на ъгъла $\varphi,\left(\varphi\neq 90^\circ\right)$ между равнината α и равнината на триъгълника.

29. Дадена е функцията $f\left(x\right)=\left(k-1\right)x^4-kx^2+k+1$, където k е реален параметър. Да се намери при коя стойност на k графиката на $f\left(x\right)$ минава през точката $M\left(1;-1\right)$.

30. Даден е тричленът $f\left(x\right)=ax^2+bx+8$, където a и b са реални параметри. Определете стойностите на a и b така, че при $x=-1$ тричленът $f\left(x\right)$ да има екстремум, равен на 2.